

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математической физики и
информационных технологий



С.А. Переселков

20.05.2025г

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.15 Аналитическая геометрия и линейная алгебра

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

03.03.03 Радиофизика

2. Профиль подготовки/специализация: Радиофизика, электроника и инфокоммуникации.

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: 0803 кафедра математической физики и информационных технологий.

6. Составители программы: Дорофеев Дмитрий Львович, кандидат физико-математических наук, доцент

7. Рекомендована: Научно-методическим советом физического факультета, протокол № от 23.05.2025г.

8. Учебный год: 2025/2026

Семестр(ы): 1, 2

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цели дисциплины:

- формирование у студентов начальных знаний по аналитической геометрии, необходимых для изучения других дисциплин специальности; развитие навыков решения задач из аналитической геометрии;
- овладение начальными знаниями по линейной алгебре, необходимыми для изучения других дисциплин специальности;
- знакомство студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры;
- формирование у студентов научного математического мышления, умения применять математический аппарат для исследования физических процессов;
- формирование у обучающихся определенного состава компетенций (результатов освоения) для подготовки к профессиональной деятельности.

Основными задачами учебной дисциплины являются:

- формирование всесторонних знаний об основных алгебраических структурах и основах аналитической геометрии, приобретение студентами навыков и умений по решению алгебраических и геометрических задач;
- формирование всесторонних знаний об основах линейной алгебры. В курсе данной дисциплины студенты овладевают знаниями по таким разделам линейной алгебры, как линейные пространства и операторы, алгебра матриц, системы линейных уравнений.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» относится к естественнонаучному математическому циклу, являясь неотъемлемой частью предметной области «Математика». Предшествующих дисциплин нет.

Дисциплины, которым предшествует данная дисциплина:

1. «Начертательная геометрия» (Б1.О.19);
2. «Дискретная математика» (Б1.В.01);
3. «Математическая логика и теория алгоритмов» (Б1.В.07);
4. «Дифференциальные и интегральные уравнения» (Б1.О.09).

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессионал	ОПК-1.1	Владеет знаниями фундаментальных разделов математики	Демонстрирует знания фундаментальных законов природы и основных физических и математических законов.
		ОПК-1.2	Создает и применяет математические модели в своей практической деятельности	Применяет физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера.

	ьной деятельности	ОПК-1.3	Умеет оценивать границы применимости используемых математических моделей при решении типовых профессиональных задач	Использует положения, законы и методы естественных наук для решения инженерных задач в сфере профессиональной деятельности.
--	-------------------	---------	---	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. (в соответствии с учебным планом) — 7/252.

Форма промежуточной аттестации - зачёт, экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость		
	Всего	По семестрам	
		№ 1 семестр	№ 2 семестр
Аудиторные занятия	136	68	68
в том числе:	лекции	68	34
	практические	68	34
	лабораторные		
Самостоятельная работа	80	40	40
в том числе: курсовая работа (проект)			
Форма промежуточной аттестации (зачёт, экзамен — час.)	36		36
Итого:	252	108	144

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1.	Простейшие задачи аналитической геометрии.	Декартовы координаты на прямой. Направленные отрезки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Проекция вектора на ось. Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Полярные, сферические и цилиндрические координаты. Определители второго и третьего порядка. Их свойства. Формулы Крамера для систем двух	

		уравнений с двумя неизвестными. Разложение определителя по строке или столбцу.	
1.2.	Векторная алгебра.	Геометрические векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Линейные комбинации двух и трех векторов. Линейная зависимость четырех векторов. Базис. Аффинные системы координат. Направляющие косинусы вектора. Линейные свойства проекции. Скалярное произведение. Алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых прямоугольных координатах. Правые и левые тройки векторов. Векторное произведение. Алгебраические свойства векторного произведения. Смешанное произведение трех векторов. Объем параллелепипеда. Выражение векторного и смешанного произведения в декартовых координатах. Формула для вычисления двойного векторного произведения.	
1.3.	Линейные образы (прямая на плоскости и в пространстве, плоскость).	Уравнение линии на плоскости. Неявное, явное и параметрическое задания. Уравнение поверхности. Уравнение линии в пространстве. Различные формы уравнения прямой линии на плоскости. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Нормированное уравнение прямой. Отклонение и расстояние от точки до прямой. Пучок прямых. Различные виды уравнения плоскости. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от точки до прямой. Пучки и связки плоскостей. Прямая линия в пространстве. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Связка прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.	
1.4.	Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.	Канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Формулы преобразования координат на плоскости и в пространстве. Приведение к каноническому виду уравнений кривых второго порядка. Поверхности второго порядка.	
1.5.	Матричная алгебра. Системы линейных уравнений.	Арифметическое n -мерное пространство. Матрицы. Операции над матрицами. Определители n -го порядка. Системы, решаемые по правилу Крамера. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений для однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения для неоднородной	

		системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	
1.6.	Линейные пространства.	<p>Линейные пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис в линейном пространстве. Матричная форма разложения по базису. Матрица перехода к новому базису. Формулы преобразования координат при изменении базиса.</p> <p>Подпространства линейного пространства, линейные многообразия. Линейная оболочка системы векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.</p>	
1.7.	Линейные операторы.	<p>Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.</p> <p>Произведение линейных операторов. Алгебра операторов. Матрица суммы, произведения на число и произведения линейных операторов.</p> <p>Обратный оператор. Ядро и образ линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.</p> <p>Характеристическое уравнение. Сопряженный оператор, его свойства. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе.</p> <p>Самосопряженные операторы, унитарные операторы. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду.</p>	
1.8.	Билинейные и квадратичные формы.	<p>Линейные формы. Сопряженное пространство. Двойственный базис. Билинейные формы. Вид билинейной формы в фиксированном базисе.</p> <p>Переход к новому базису. Невырожденные, симметричные и положительно определенные билинейные формы. Квадратичные формы.</p> <p>Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом собственных векторов.</p>	
2. Практические занятия			
2.1.	Простейшие задачи аналитической геометрии.	<p>Декартовы координаты на прямой. Направленные отрезки. Декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Проекция вектора на ось.</p> <p>Расстояние между двумя точками. Деление отрезка в данном отношении. Полярные, сферические и цилиндрические координаты</p> <p>Определители второго и третьего порядка. Их свойства. Формулы Крамера для систем двух уравнений с двумя неизвестными. Разложение определителя по строке или столбцу.</p>	
2.2.	Векторная алгебра.	Геометрические векторы. Линейные операции над векторами. Линейная зависимость векторов. Линейные комбинации двух и трех векторов.	

		Линейная зависимость четырех векторов. Базис. Аффинные системы координат. Направляющие косинусы вектора. Линейные свойства проекции. Скалярное произведение. Алгебраические свойства скалярного произведения. Выражение скалярного произведения в декартовых прямоугольных координатах. Правые и левые тройки векторов. Векторное произведение. Алгебраические свойства векторного произведения. Смешанное произведение трех векторов. Объем параллелепипеда. Выражение векторного и смешанного произведения в декартовых координатах. Формула для вычисления двойного векторного произведения.	
2.3.	Линейные образы (прямая на плоскости и в пространстве, плоскость).	Уравнение линии на плоскости. Неявное, явное и параметрическое задания. Уравнение поверхности. Уравнение линии в пространстве. Различные формы уравнения прямой линии на плоскости. Угол между прямыми на плоскости. Условия параллельности и перпендикулярности прямых на плоскости. Нормированное уравнение прямой. Отклонение и расстояние от точки до прямой. Пучок прямых. Различные виды уравнения плоскости. Нормированное уравнение плоскости. Отклонение и расстояние от точки до прямой. Пучки и связки плоскостей. Прямая линия в пространстве. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Связка прямых. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.	
2.4.	Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.	Канонические уравнения эллипса гиперболы и параболы. Полярные уравнения эллипса, гиперболы и параболы. Формулы преобразования координат на плоскости и в пространстве. Приведение к каноническому виду уравнений кривых второго порядка. Приведение к каноническому виду уравнений кривых второго порядка. Поверхности второго порядка.	
2.5.	Матричная алгебра. Системы линейных уравнений.	Арифметическое n -мерное пространство. Матрицы. Операции над матрицами. Определители n -го порядка. Системы, решаемые по правилу Крамера. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений для однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения для неоднородной системы линейных уравнений. Метод Гаусса.	
2.6.	Линейные пространства.	Линейные пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Базис в линейном пространстве. Матричная форма	

		разложения по базису. Матрица перехода к новому базису. Формулы преобразования координат при изменении базиса. Подпространства линейного пространства, линейные многообразия. Линейная оболочка системы векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.	
2.7.	Линейные операторы.	Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису. Произведение линейных операторов. Алгебра операторов. Матрица суммы, произведения на число и произведения линейных операторов. Обратный оператор. Ядро и образ линейного оператора. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение. Сопряженный оператор, его свойства. Матрица сопряженного оператора в ортонормированном базисе. Самосопряженные операторы, унитарные операторы. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду.	
2.8	Билинейные и квадратичные формы.	Линейные формы. Сопряженное пространство. Двойственный базис. Билинейные формы. Вид билинейной формы в фиксированном базисе. Переход к новому базису. Невырожденные, симметричные и положительно определенные билинейные формы. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа и методом собственных векторов.	

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1.	Простейшие задачи аналитической геометрии.	8	8	0	10	26
2.	Векторная алгебра.	10	10	0	10	30
3.	Линейные образы (прямая на плоскости и в пространстве, плоскость).	10	10	0	10	30
4.	Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.	8	8	0	10	26

5.	Матричная алгебра. Системы линейных уравнений.	8	8	0	10	26
6.	Линейные пространства.	8	8	0	10	26
7.	Линейные операторы.	8	8	0	10	26
8.	Билинейные и квадратичные формы.	8	8	0	10	26
	Итого:	68	68	0	80	216

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Работа с конспектами лекций, чтение литературы по предмету; решение задач по курсу в течение семестра.

Самостоятельная работа студентов в течение семестра включает следующие формы работы и виды контроля:

- подготовка к практическим занятиям;

при подготовке к практическим занятиям необходимо проработать теоретические вопросы занятия с использованием материала лекций и рекомендуемой литературы, подробно разобрать примеры решения задач, разобранных на лекциях, выполнить домашние задания по данной теме;

- подготовка к коллоквиуму по лекционному курсу;

при подготовке к коллоквиуму по лекционному курсу необходимо проработать теоретические вопросы данного модуля с использованием материала лекций и рекомендуемой литературы, подробно разобрать примеры, разобранные на лекциях, выполнить домашние задания по данному модулю;

Показателем успешной текущей работы студента является еженедельное выполнение заданий на практических занятиях. Методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по курсу включает:

- Конспект лекций;
- Основную литературу;
- Дополнительную литературу.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Ильин В.А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Ильин В.А., Ким Г.Д. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Проспект Издательство Московского университета, 2015. — 393с. (ЭБС «Университетская библиотека online»)
2	Клетеник Д.В. Сборник задач по аналитической геометрии: учебное пособие для вузов / Д.В. Клетеник; под ред. Н.В. Ефимова — 17-е изд., стер. — СПб. [и др.]: Лань, 2020. — 224 с.
3	Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре: Учебное пособие. — 14-е изд., стер./ И.В. Проскуряков. — СПб. [и др.]: Лань, 2019. — 476 с.
4	Киркинский А.С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / А.С. Киркинский — Екатеринбург: Академический Проект, 2020. — 258 с.
5	Лившиц К.И. Курс линейной алгебры и аналитической геометрии — 14-е изд.,

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
6	Привалов И.И. Аналитическая геометрия: учебник / И.И. Привалов — Изд. 38-е, стер. — СПб. [и др.]: Лань, 2010. — 299 с.
7	Теплов С.Е. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Теплов С.Е.; Романников А.Н. — Москва: Евразийский открытый институт, 2011 — 271с. (ЭБС «Университетская библиотека online» К.Н. Лунгу [и др.] . — 7-е изд. — М.: Айрис пресс, 2008 — 574с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
8	www.lib.vsu.ru – ЗНБ ВГУ
9	http://e.lanbook.com/ - ЭБС «Лань»
10	http://www.book.ru/ - ЭБС «Book.ru»

* Вначале указываются ЭБС, с которыми имеются договора у ВГУ, затем открытые электронно-образовательные ресурсы, онлайн-курсы, ЭУМК

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы
(учебно-методические рекомендации, пособия, задачники, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Курс дисциплины построен таким образом, чтобы позволить студентам максимально проявить способность к самостоятельной работе. Для успешной самостоятельной работы предполагается тесный контакт с преподавателем.

Изучение дисциплины следует начинать с проработки настоящей рабочей программы, особое внимание уделяя целям и задачам, структуре и содержанию курса.

Студентам рекомендуется получить в библиотеке учебную литературу по дисциплине, необходимую для эффективной работы на всех видах аудиторных занятий, а также для самостоятельной работы по изучению дисциплины.

Своевременное и качественное выполнение самостоятельной работы базируется на соблюдении настоящих рекомендаций и изучении рекомендованной литературы. Студент может дополнить список использованной литературы современными источниками, не представленными в списке рекомендованной литературы, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы.

Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Аудитория, доска, парты, стулья

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Раздел 1.8.	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольно-измерительный материал №1
2.			ОПК-1.2	Контрольно-измерительный материал №2
3.			ОПК-1.3	Контрольно-измерительный материал №3
Промежуточная аттестация форма контроля — зачёт, экзамен				Перечень вопросов Практическое задание

Оценка знаний, умений и навыков, характеризующая этапы формирования компетенций в рамках изучения дисциплины осуществляется в ходе текущей и промежуточной аттестаций.

Текущая аттестация проводится в соответствии с Положением о текущей аттестации обучающихся по программам высшего образования Воронежского государственного университета. Текущая аттестация проводится в форме: устного опроса; письменных работ; контрольных работ. Критерии оценивания приведены ниже.

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

Для оценивания результатов обучения на экзамене/зачете используются следующие показатели:

- 1) знание основных понятий, методов и теорем аналитической геометрии и линейной алгебры, которые используются для построения моделей и конструирования алгоритмов решения практических задач;
- 2) знание постановки классических задач;
- 3) умение применять методы аналитической геометрии и линейной алгебры для решения задач в профессиональной деятельности;
- 4) умение применять аппарат аналитической геометрии и линейной алгебры для доказательства утверждений и теорем;
- 5) владение навыками использования методов решения классических задач аналитической геометрии для решения различных естественнонаучных задач.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Для оценивания результатов обучения на зачете используется – зачтено, не зачтено
Соотношение показателей, критериев и шкал оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся имеет полное знание теоретического курса дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, фактами, данными научных исследований, применять теоретические знания для решения практических задач входящих в программу.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся имеет хорошее знание теоретического курса, возможны некоторые недочеты, способен давать правильные ответы на дополнительные вопросы, умеет решать задачи по большей части курса.	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся владеет знанием основных моментов теоретического курса (формул, теорем), умеет решать простейшие задачи по курсу.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
У обучающегося отсутствуют знания основных моментов теоретического курса, отсутствие практических навыков при решении задач.	–	Неудовлетворительно

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Текущие аттестации проводятся в форме ответов на вопросы и решения задач контрольно-измерительных материалов.

ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ

1. Геометрические векторы: определение, операции сложения векторов и умножения вектора на вещественное число, свойства операций.
2. Линейные комбинации геометрических векторов, линейная зависимость и независимость, базис и единственность разложение вектора по базису, преобразование координат при сложении векторов и умножении на число.

3. Декартова система координат: координаты точки и вектора, заданного двумя точками, деление отрезка в данном отношении.
4. Полярная система координат на плоскости, цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.
5. Скалярное произведение геометрических векторов: определение и основные свойства, скалярное произведение линейных комбинаций, формула скалярного произведения в координатах в ортонормированном базисе, выражение длины вектора и угла между ненулевыми векторами через скалярное произведение, формулы ортогональной проекции вектора на направление ненулевого вектора и разложения вектора по ортогональному базису.
6. Векторное произведение геометрических векторов: определение, основные свойства, векторное произведение линейных комбинаций, формула векторного произведения в правом ортонормированном базисе, ориентированная площадь параллелограмма на плоскости и определитель второго порядка.
7. Смешанное произведение геометрических векторов: определение, основные свойства, связь с ориентируемым объемом параллелепипеда и выражение через координаты в правом ортонормированном базисе в виде определителя третьего порядка.
8. Двойное векторное произведение, вывод формул разложения для двойного векторного произведения.
9. Преобразование координат вектора и точки при замене базиса и декартовой системы координат, вид параллельных переносов, отражений и поворотов плоскости в координатах в подходящей декартовой системе координат.
10. Уравнения прямой на плоскости: общее, нормальное, в отрезках координатных осей, параметрические, каноническое, по двум точкам, через определитель.
11. Уравнения плоскости в пространстве: общее, нормальное, в отрезках координатных осей, параметрические, каноническое, по трем точкам, через определитель.
12. Уравнения прямой в пространстве: задание системой двух линейных уравнений, параметрические уравнения, каноническое, по двум точкам.
13. Формулы расстояний между двумя точками, от точки до прямой на плоскости, от точки до плоскости в пространстве, от точки до прямой в пространстве, между параллельными и скрещивающимися прямыми в пространстве.
14. Нахождение углов между двумя ненулевыми векторами, между прямыми на плоскости, между плоскостями в пространстве, между прямой и плоскостью в пространстве.

15. Эллипс: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокальное, директориальное и оптическое свойства.
16. Гипербола: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокальное, директориальное и оптическое свойства.
17. Парабола: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокально-директориальное и оптическое свойства.
18. Эллипсоид: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, теорема о круговых сечениях.
19. Конус: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о плоских сечениях кругового конуса.
20. Однополостный и двуполостный гиперболоиды: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о прямолинейных образующих.
21. Эллиптический и гиперболический параболоиды: каноническое уравнение, свойства симметрии, теорема о прямолинейных образующих.
22. Арифметическое пространство R^n .
23. Матрицы. Операции над матрицами. Ассоциативность умножения матриц. Квадратные матрицы.
24. Определители n -го порядка. Алгебраические дополнения и миноры. Свойства определителей. Определитель Вандермонда.
25. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования, единственность, формула для вычисления обратной матрицы.
26. Различные формы записи систем линейных уравнений. Системы, решаемые по правилу Крамера.
27. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
28. Методы вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
29. Фундаментальная система решений для однородной системы линейных уравнений. Структура общего решения для неоднородной системы линейных уравнений.
30. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
31. Линейные пространства. Определение, примеры. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис в линейном пространстве.
32. Теоремы о базисе. Размерность пространства. Примеры конечномерных и бесконечномерных пространств.
33. Матричная форма разложения по базису. Матрица перехода к новому базису. Формулы преобразования координат при изменении базиса.

34. Подпространства линейного пространства, линейные многообразия. Примеры. Линейная оболочка системы векторов. Сумма и пересечение подпространств. Прямая сумма подпространств.
35. Евклидовы пространства. Примеры. Неравенство Коши-Буняковского. Норма вектора, угол между векторами, ортогональные векторы.
36. Ортонормированный базис в евклидовом пространстве. Проекция вектора. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
37. Линейные операторы. Примеры. Матрица линейного оператора. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
38. Ядро и образ линейного оператора. Дефект и ранг линейного оператора.
39. Сумма линейных операторов, произведение линейного оператора на число, произведение линейных операторов. Обратный оператор и условия его существования.
40. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора. Характеристическое уравнение. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.
41. Сопряженный оператор, его свойства. Самосопряженные операторы. Унитарные операторы. Приведение матрицы самосопряженного оператора к диагональному виду.
42. Билинейные формы. Вид билинейной формы в фиксированном базисе. Переход к новому базису.
43. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду методом Лагранжа. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий Сильвестра положительной определенности квадратичной формы.

Текущая аттестация № 1

1. Смешанное произведение.
2. Условия коллинеарности и компланарности векторов.
3. Обратная матрица. Необходимое и достаточное условие существования, единственность, формула для вычисления обратной матрицы.

Текущая аттестация № 2

1. Уравнения прямой в пространстве.
2. Расстояние от точки до плоскости.
3. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.

Перечень заданий для контрольных работ

Контрольно-измерительный материал № 1.

1. Нахождение углов между двумя ненулевыми векторами, между прямыми на плоскости, между плоскостями в пространстве, между прямой и плоскостью в пространстве.

2. Решить систему методом Гаусса, указать общее решение и одно частное:

$$\begin{array}{cccccc} 2x_1 & +x_2 & -x_3 & -x_4 & +x_5 & = 1 \\ x_1 & -x_2 & +x_3 & +x_4 & -2x_5 & = 0 \\ 3x_1 & +3x_2 & -3x_3 & -3x_4 & +4x_5 & = 2 \\ 4x_1 & +5x_2 & -5x_3 & -5x_4 & +7x_5 & = 3 \end{array}$$

3. Проверить, образуют ли следующие матрицы базис в пространстве квадратных матриц второго порядка:

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -4 & 6 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Контрольно-измерительный материал № 2.

1. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора.

Характеристическое уравнение. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду.

2. Определить тип поверхности и изобразить её эскиз $18x^2+32y^2-50z^2=2$.
3. Данна матрица линейного оператора A в базисе $B = (\bar{e}_1, \bar{e}_2)$:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Найти ее матрицу в базисе B : $\bar{e}'_1 = -\bar{e}_1 + \bar{e}_2$, $\bar{e}'_2 = \bar{e}_1 - 2\bar{e}_2$.

Контрольно-измерительный материал № 3.

1. Эллипс: каноническое уравнение, свойства симметрии и характеристики, фокальное, директориальное и оптическое свойства.
2. Составить уравнения биссектрис между прямыми $2x - 3y - 5 = 0$, $6x - 4y + 7 = 0$.
3. Решить матричное уравнение:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -2 & -3 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$